

Annuitetsopsparing.

Alle de formler, der bruges i matematik kan bevises. Når man beviser en formel i matematik, betyder det, at man gør rede for (argumenterer for) at formelen er rigtig (sand).

Vi vil nu bevise formelen for annuitetsopsparing:

For at bevise formelen, ser vi på to personer, der begge skal spare op.

De to personer kalder vi C og D.

Både C og D indbetaler samme beløb b kr. hver termin i n på hinanden følgende terminer. Der er kun én forskel: C begynder først at spare op en termin senere end D. Derfor bliver D færdig en termin før C.

Det kan illustreres på følgende måde:

C indbetaler:	0	b	b	b		b	b
D indbetaler:	b	b	b	b		b	0

Nu ser vi på beløbet på de to konti umiddelbart efter C har indbetalt sit sidste beløb.

Det beløb, der står på C's konto, kalder vi A .

En termin tidligere havde D A kr. på sin konto, men de A kr. har fået renter og er blevet til $A \cdot (1+r)$.

C indbetaler:	0	b	b	b		b	b
På kontoen står:						A	
D indbetaler:	b	b	b	b		b	0
På kontoen står:						A	$A \cdot (1+r)$

Hvor meget har D mere end C?

$$A \cdot (1+r) - A = A + A \cdot r - A = A \cdot r$$

Så langt, så godt! - vi "glemmer" ovenstående resultat, og ser på forskellen på en anden måde:

Hvis C ikke indbetaler sit sidste beløb, og D ikke indbetaler sit første beløb har de to personer lige mange penge (se den første illustration). Dvs. forskellen på de to konti kommer fra D's første indbetaling og C's sidste indbetaling.

C's sidste indbetaling når ikke at trække renter (så den er b), mens D's første indbetaling når at trække renter (så den er blevet til $b \cdot (1+r)^n$).

Vi spørger endnu engang:

Hvor meget har D mere end C?

$$b \cdot (1+r)^n - b$$

Nu har vi regnet forskellen mellem de to konti ud på to forskellige måder. Uanset om vi bruger den ene eller den anden måde, er resultatet selvfølgelig det samme. Derfor gælder der:

$$A \cdot r = b \cdot (1+r)^n - b$$

Det sidste, der sker, er, at ligningen reduceres (så den kommer til at se ud som i formelsamlingen):

$$A \cdot r = b \cdot (1+r)^n - b$$

$$A \cdot r = b \cdot ((1+r)^n - 1) \quad \text{b sættes uden for parentes}$$

$$A = \frac{b \cdot ((1+r)^n - 1)}{r} \quad \text{der divideres med r på begge sider af lighedstegnet}$$

$$A = b \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r} \quad \text{b sættes uden for brøkstregen}$$

Og hermed har vi bevist formelen for annuitetsopsparing.