Facitliste til eksamensopgaver hf-tilvalgsfag 1999-2005

99-8-1

1a: C = (2,-3)
radius = 7

1b: $f'(x) = 6x^2 + 4x^{-5} + \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

1c: $y = 2x + 3$

2: dist(T, ℓ) = 1,0607
A(1,3) og B(5,-1)
$M_{AB} = (3,1)$
m: $y = x - 2$

3: Redegørelse!
$f(x) = 70{,}374 \cdot x^{1{,}8334}$
(korrelationskoef = 0,99943)
f(0,6) = 27,585
$x = 0{,}830$
procent = 61,77%

4: |BC| = 55.476
|AD| = 70.207
$\angle D = 115.48°$

5: $f'(x) = \dfrac{4x}{x^2 + 3}$
f er aftagende, når $x \in\ ]-\infty; 0]$
f er voksende, når $x \in [0; \infty[$
lokalt minimumssted $x = 0$
t: $y = 0{,}7143x + 3{,}0930$
Tegning!
skæring: $x = -0{,}7605$

6a: $f'(x) = x \cdot \cos x$
Beregn $f(\frac{\pi}{2})$ og sammenlign med bla. $f(0)$ og $f(2\pi)$.
$\mathrm{Vm}(f) = [\frac{-3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

6b: $f(0) = 2.5$ mia.
$k = 0.02777$
$f(55) = 6.46$ mia.
$f(x) \to 11.5$ mia., når $x \to \infty$

99-8-3

1a: Tegn!

1b: $h'(1) = -14$

1c: Størsteværdi = 3
Mindsteværdi = -5

2: |BD| = 17,8845
$\angle ADB = 68{,}72°$
$\angle B = 94{,}28°$
$\angle C = 51{,}72°$
|AC| = 72,4095
|BC| = 40,6041

3: $a = -2$, $b = 3$, $c = 5$
Rødder: $x_1 = -1$ og $x_2 = 2{,}5$
Tegn!

4: $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 5$
Redegør!
Ligning for m: $y = 0{,}5x + 2{,}5$
Koordinatsæt: (-1,2) og (-5,0)

5: $T_{½} = 6{,}00$ timer
$A(2) = 397$ MBq
$t = 13{,}935$ timer

6: Lodret symptote: $x = 0$
Skrå asymptote: $y = 2x$
Tangentligning: $y = 1{,}75x - 0{,}75$
Vm $f = [3; \infty[$

7a: Areal (når x=2) = 10
Redegørelse!

7b: $f(0{,}8) = 93{,}9$ °C
$x = 0{,}57$ atm.
$f'(x) = \dfrac{4998{,}2}{x \cdot (13{,}4 - \ln x)^2}$
$p(x) = 27{,}836x + 72{,}164$

99-8-1V

1a: $v = 38{,}66°$

1b: $f'(x) = \dfrac{\sin(x)}{2\sqrt{x}} + \sqrt{x}\cdot\cos(x)$

1c: $x = 1{,}3956$

2: $\angle B = 38{,}52°$

$\angle A = 110{,}08°$

$|BC| = 15{,}684$

3: C = (5,-4) og r = $\sqrt{68}$
Tegn!
Skæringspunkter: (3, 4) og (7, -5)

4: $p(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \;\; eller \; x = \pm\sqrt{2}$
Tangent: $y = 3x - 5$

5: $a = 0{,}4974$
$b = 0{,}56916$
Blænde = 22,3
Lysfølsomhed = 24,6 ISO

6: $f(x) = 60 \Leftrightarrow x = 160{,}8\ mm$

$f'(x) = \dfrac{5695}{(x+67)^2}$

$f'(100) = 0{,}204$

- angiver CO_2-besparelse pr. mm.

7a: Dm f = R\{-1, 3}
Asymptoter: $x = -1$, $x = 3$, $y = 0$
f er aftagende, når $x \in [1, 3[$
f er aftagende, når $x \in]3; \infty[$
f er voksende, når $x \in]-\infty, -1[$
f er voksende, når $x \in]-1, 1]$
f har lokalt maksimumssted: $x = 1$
Tegn!

7b: Højde: $f(2{,}0)$ = 85,6 m
Skitse (fra grafregner)
Den rammer jorden efter 7,04 sek.
Fart efter 2,0 sek.: 12,39 m/s
t = 2,39 sek.

99-8-3V

1a:

1b:

1c:

2:

3:

4:

5:

6:

7a:

7b:

2000-8-1

1a: vinkel = 71,57°

1b: $Q(x) = 2x^2 - 5x + 6$
$r = 3$

1c: $a = 1{,}8295$

2: Tegning!
$f'(x) = 2x + 5$
Tangentligning: $y = 3x - 4$

3: |BD| = 1505,11
$\angle$ADB = 11,107°
$\angle$C = 36,917°
Banelængde = 6311,6 meter

4: Centrum = (2,0) radius = $\sqrt{8}$
m: $y = 4x + 2$
Skæringspunkter: (0,2) og $\left(\frac{-12}{17}, \frac{26}{17}\right)$
Mindste afstand = 3,477

5: $f(24) = 1{,}069$ gram pr. kg.
$f'(t) = 0{,}0567 \cdot e^{-0{,}021t}$
$f'(24) = 0{,}0343$

6: $f'(x) = \dfrac{-10x^3 + 30x^2}{(10-5x)^2}$
$y = 0$ og $y = -5{,}4$
f er voksende, når $x \in]-\infty; 2[$
f er voksende, når $x \in]2; 3]$
f er aftagende, når $x \in [3; \infty[$
L = {-6.5311, 0, 1.5311}

7a: $a = -2$
$b = 1$

7b: $V = 57{,}47$ gram
$L = 0{,}64$ meter
$L = 0{,}1237 \cdot V^{0{,}3448}$

2000-8-3

1a:

1b:

1c:

2:

3:

4:

5:

6:

7a:

7b:

2000-8-1V-X

1a:

1b:

1c:

2:

3:

4:

5:

6:

7a:

7b:

2000-8-1V (sættet er ikke stillet)

1a:

1b:

1c:

2:

3:

4:

5:

6a:

6b:

2000-8-3V

1a:

1b:

1c:

2:

3:

4:

5:

6a:

6b:

2001-8-1

1a: $3x^2 \cdot \cos x - x^3 \cdot \sin x$

1b: $Q(x) = 2x - 10$ og $R(x) = 35x - 3$

1c: $a = 6$

2: Centrum = (3,-2) og radius = 5
Tangent: $y = 0{,}75x - 10{,}5$
$(x - 16)^2 + (y - 14)^2 = 100$

3: |AB| = 2,416
|BD| = 3,360
|BC| = 5,50
$\angle$BCD = 33,62°

4: Redegørelse!
$a = -2{,}01705$
$b = 167953$
(korrelationskoef. –0,9996422)
Tæthed = 713 stk. pr. hektar
Træhøjde = 7,356 meter

5: f er voksende, når $x \in\ ]-\infty; -1]$
f er aftagende, når $x \in [-1; 2]$
f er voksende, når $x \in [2; \infty[$
Lokalt maksimum i $x = -1$
Lokalt minimum i $x = 2$
Tegning!
Tangent: $y = 24x + 41$
$f(x) = 0$: {-1.6247; -0.2718; 3.3965}

6: $f(4) = -2{,}58$°C
$x = 1{,}161$ meter

7a: $x = -0{,}3662$
$T_{½} = 0{,}231$
$f'(x) = -21 \cdot e^{-3x}$

7b: Asymptoter: $x = -1$ og $x = -2$
$a = 2{,}25$

2001-8-3

1a:

1b:

1c:

2:

3:

4:

5:

6:

7a:

7b:

2001-8-1V

1a: dist(P,l) = 3,288

1b: $f'(x) = \dfrac{3x}{\sqrt{3x^2+7}}$

1c: L = [-1.107, $\dfrac{\pi}{2}$[

2: |AC| = 4,101
$\angle$A = 44,11°
Areal = 7,799

3: Redegør!
a = 2,7603 og b = 0,04238
effekt = 15,582 watt
vindhastighed = 23,2 knob

4: C = (1,2) og radius = $\sqrt{13}$
2 redegørelser!
Tangentligning: $y = -\frac{2}{3}x + 7$

5: $f'(x) = 4x^3 - 24x^2 + 44x - 24$
Redegør for vandret tangent!
f er aftagende, når $x \in$]-∞; 1]
f er voksende, når $x \in$ [1; 2]
f er aftagende, når $x \in$ [2; 3]
f er voksende, når $x \in$ [3; ∞[
Tegn!
Vm f = [4, ∞[

6: y = 2,455
x = 42,1 år
c = $5{,}438 \cdot 10^{-4}$
k = 0,255
$f'(40)$ = 3,73
Dvs. hvis man er omkring 40 år, så stiger hyppigheden 3,73 når man bliver 1 år ældre.

7a: Tegn parablerne!
Punkter: (0.236, 0) og (-4.236, 0)
Redegør ved brug af diskriminanten

7b: Dm f = R\{-4, 2.5}
f > 0 når $x \in$]-∞; -4[∪]2.5; ∞[
f < 0 når $x \in$]-4; 2.5[
Vandret asymptote: y = 0.5
Lodrette asymp: x = -4 og x = 2.5

2001-8-3V

1a:

1b:

1c:

2:

3:

4:

5:

6:

7a:

7b:

2002-8-1

1a: Tegning!

1b: $e^x \cdot \sqrt{x} + \frac{e^x}{2\sqrt{x}}$

1c: L = [-1.4300; 1.4300]

2: Toppunkt = (2,2)
Tegning!
Tangent: $y = 2x - 1$

3: |AD| = 27,56
∠B = 133,36°
∠D = 40,89°
Areal af firkant ABCD = 508,03

4: a = 0,4792
b = 29,5351
$f(4)$ = 57,39 km/t
Faldet skal starte fra mindst 13. sal

5: Centrum = (7,0) og radius = $\sqrt{45}$
Redegørelse!
Skæringspunkter: (4,-6) og (10,6)

6: $f'(x) = \frac{2x^2 - 20x + 32}{(x-5)^2}$
f er voksende, når $x \in]-\infty; 2]$
f er aftagende, når $x \in [2; 5[$
f er voksende, når $x \in]5; 8]$
f er aftagende, når $x \in [8; \infty[$
lokalt maksimumssted i $x = 2$
lokalt minimumssted i $x = 8$
Lodret asymptote: $x = 5$
Skrå asymptote: $y = 2x + 3$
Tegning!

7a: v = 1,193 meter pr. sek.
h = 1,599 meter
Δv = 0,146 meter pr. sek.

7b: $f(30)$ = 39,98 %
c = 3748,74

2002-8-3

1a: Centrum = (4,-6) og radius = 7

1b: $Q(x) = 3x - 1$ med rest = -1

1c: $f'(x) = \dfrac{-7x^2 + 7}{(x^2+1)^2}$

2: $\angle C = 45{,}64°$
$|CD| = 9{,}897$
$|AB| = 16{,}085$
$\angle B = 57{,}62°$

3: Toppunkt = (2,-4)
Tegning!
Koordinatsæt: (-1,5) og (3,-3)
$b = -3$
$a = 1{,}5$

4: f er voksende, når $x \in]-\infty; -\sqrt{2}\,]$
f er aftagende, når $x \in [-\sqrt{2}\,; \sqrt{2}\,]$
f er voksende, når $x \in [\sqrt{2}\,;\infty[$
lokalt minimumssted $x = \sqrt{2}$
lokalt maximumssted $x = -\sqrt{2}$
Tangentligning: $y = -3x + 5$
Røringspunkt = (-1,12)

5: $A = 1{,}90\ \text{m}^2$
$V = 73{,}0$ kg
Hudforøgelse = 7,33 %

6: $k = 0{,}44916$
Antal tilfælde = 159
Under 100 i 2007
$T_{½} = 1{,}54$ år

7a: $x = 4$
maksimum = 0,7726
$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1{,}4296$ el. $x = 8{,}6130$
Redegørelse!

7b: Størsteværdi = 12,5
Mindsteværdi = 1,5
$f'(x) = -5{,}5 \cdot \sin x$
Tangentligning: $y = -5{,}5x + 15{,}64$
L ={3,665; 5,760} = $\{\dfrac{7\pi}{6}\ ;\ \dfrac{11\pi}{6}\}$

2002-8-1V

1a: $x = 1{,}7918$

1b: $y = 3x - 1$

1c: $f'(x) = \dfrac{x\cos x - 2\sin x}{x^3}$

2: dist(C, ℓ) = 5
$(x - 4)^2 + (y - 7)^2 = 25$
Indsæt P i cirkelligningen
$y = \frac{-4}{3}x + \frac{62}{3}$

3: $\angle C = 25{,}098°$
$|AB| = 17{,}28$
$\angle B = 16{,}987°$

4: f er aftagende, når $x \in]-\infty; 1]$
f er voksende, når $x \in [1; \frac{7}{3}]$
f er aftagende, når $x \in [\frac{7}{3};\infty[$
lokalt minimumssted $x = 1$
lokalt maximumssted $x = \frac{7}{3}$
Tegning!
Tangentligning: $y = -4x + 12$

5: $|QR| = 100$
$|TU| = 5{,}28$
vinkel = 82,71°

6: $a = -2{,}343$
$b = 6{,}32$
Antal biler = 13030
Billetpris = 110 kr.
Forøgelse af antal = 46,3%

7a: $h(12) = 2{,}72$ meter
maksimal højde = 20,5 meter
Tidsinterval =]1.953, 7.7023[

7b: $x = 3{,}372$
Røringspunkter: $x = ½$ og $x = 4$

2002-8-3V

1a: $x = 1{,}2956$ eller $x = 4{,}9876$

1b: Vandret asymptote: $y = \frac{3}{5}$
Lodret asymptote: $x = 2$

1c: $f'(x) = \dfrac{15 - x}{\sqrt{-x^2 + 30x}}$

2: $(x-5)^2 + (y-2)^2 = 20$
B = (9, 4)
vinkel = 18,43°

3: Redegørelse!
$a = 0{,}46032$
$b = 2{,}70668$
$f'(x) = 1{,}24594 \cdot x^{-0{,}53968}$
$f'(5) = 0{,}523$ cm/min
$t = 13{,}99$ … dvs. efter 14 minutter

4: $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e}$
Tangentligning: $y = -\frac{1}{e^2}x + \frac{3}{e}$
… eller $y = -0{,}135x + 1.103$
f er voksende: $x \in \,]0; 1]$
f er aftagende: $x \in [1; \infty[$

5: Kig på forlængelsen af *SB* udover *B*
|SF| = 13,162 sømil
$|S_1F|$ = 10,520 sømil
Vinkel = 54,46°

6a: $f(0) = 50 \quad og \quad f(7) = 30{,}69$
Check tælleren i f'
$f(x) < 10 \quad \Leftrightarrow \quad x > 18{,}9$ *dage*

6b: f(12) = -16,11°C
Antal timer = 5
$f'(t) = \dfrac{-1500t - 1500}{(t^2 + 2t + 25)^2}$
Hastighed = 1,97 °C/time

2003-8-1

1a: Vinkel = 60,95°

1b: $f'(x) = \dfrac{2 + \cos(x) + x \cdot \sin(x)}{(2 + \cos(x))^2}$

1c: Vandret asymptote: $y = 2$
Lodret asymptote: $x = 1$

2: $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = -5$
Toppunkt = (-3,8) og tegn grafen!
$f(x) > 0 \Leftrightarrow -5 < x < -1$

3: |AT| = 14514,0 alen
|BT| = 12444,74 alen
$\angle$H = 54,46°

4: Centrum = (-9,3) og radius = 5
Tangentligning for t: $y = \frac{4}{3}x + \frac{20}{3}$
Der er 2 skæringspunkter

5: f er voksende: $x \in [-2; 0]$ og $x \in [2; \infty[$
f er aftagende: $x \in \,]-\infty; -2]$ og $x \in [0; 2]$
Lokalt maksimum i $x = 0$
Lokale minima: $x = -2$ og i $x = 2$
Tangent: $y = 12x + 12$
Vm(f) = [-9; ∞[

6: Redegørelse!
$a = 1{,}28125$
$b = 3{,}57882$
(korrelationskoef. –0,9996)
Effekt af sparepære = 14,6 W

7a: Temperatur efter 15 minutter = 41,5°
Antal minutter = 28,7
$f'(t) = -0{,}667 \cdot e^{-0{,}023 \cdot t}$
$f'(15) = -0{,}472$
(dvs. efter 15 minutter falder temperaturen ca. 0,5 grader/minut)

7b: Dm(f) = R
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$
Vandret tangent: $y = 0{,}693$
Skæringspkt: (x,y) = (0.7555; 1.2666)

2003-8-3

1a:

1b:

1c:

2:

3:

4:

5:

6a:

6b:

2003-8-1V

1a: Areal = 84,601

1b: $Q(x) = 4x^2 - 11x + 30$
$r = -68$

1c: $f'(x) = \dfrac{4x}{x^2 + 3}$

2: |SH| = 127,37 mio. km.
$\angle$H = 62,42°
|HP| = 34,42 mio. km

3: $(x - 7)^2 + (y - 3)^2 = 25$
Koordinatsæt (11,6) og (4,-1)

4: $f(x) = 171{,}48 \cdot x^{1{,}7658}$
f(5,0) = 2941 tons/døgn
$x = 0{,}737$ m^3/sek
procent = 92,7 %

5: Dm f = R\{-6}
nulpunkt: $x = 1$
$f > 0$ når $x \in]-\infty;-6[\cup]1;\infty[$
$f < 0$ når $x \in]-6;1[$
f er voksende, når $x \in]-\infty; -6[$
f er voksende, når $x \in]-6; \infty[$
Vandret asymptote: $y = 1$
Lodret asymptote: $x = -6$
Gør rede for tangent!

6: $y = 2{,}321$ mol/L
$x = 20{,}0$ minutter
Redegør ved brug af e-funktionen
$f'(x) = -0{,}1416 \cdot e^{-0{,}048x}$
$f'(10) = -0{,}0876$
Redegør for betydning med ord!

7a: $L = \left\{\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{5\pi}{6}\right\}$
Tangentligning: $y = 1{,}414x - 0{,}6965$

7b: $y = -6x + 27$
f er voksende, når $x \in]-\infty; 3]$
f er aftagende, når $x \in [3; \infty[$
f har 2 nulpunkter

2003-8-3V

1a: Toppunkt = (3,-1)
Tegn!

1b: Dist(P,*l*) = 5,0596

1c: L = {0.55907; 2.58252}

2: Centrum = (4,-6) og radius = 5
Skæringspunkter: (-1,-6) og (1,-2)
Tangentligning: $y = -0,75x - 9,25$

3: $f(x) = 119,717 \cdot x^{-0,4885} \quad ; \quad x > 0$
$f'(x) = -58,482 \cdot x^{-1,4885}$
$f'(x) = -480 \Leftrightarrow x = 0,243$

4: |CD| = 8,071
∠CDB = 116,76°
∠A = 54,07°
Areal = 60,4

5: *f* er voksende, når $x \in]-\infty; 7]$ og
f er voksende, når $x \in [9; \infty[$
f er aftagende, når $x \in [7; 9]$
Lokalt maksimum i $x = 7$, hvor $y = 3$
Lokalt minimum i $x = 9$, hvor $y = -1$
Tegning!
Ligningen $f(x) = b$ har netop to løsninger, når $b = -1$ eller $b = 3$

6: k = 0,012355
Indbyggertal i 2010 = 303231
Indbyggertallet kommer over 32000 efter 19,6 år – dvs. i år 2015
$f'(t) = 310,32 \cdot e^{0,012355 \cdot t}$
Væksthastighed i 2010 = 373,5 indbyggere pr. år

7a: Tangentligning *t*: $y = -\frac{1}{9}x + \frac{8}{9}$
Røringspunkt for anden tangent:
(x,y) = $(-1, -\frac{1}{3})$

7b: Asymptoter: $x = -2$ og $y = 3x + 1$
Mulig regneforskrift for *g*:
$g(x) = \dfrac{4x+7}{x-5}$

2004-8-1

1a: Toppunkt = (2,-6)
Tegn!

1b: $f'(x) = 5x^4 \cdot \sin(x) - x^5 \cdot \cos(x)$

1c: Skrå asymptote: $y = 5x - 18$

2: $v = 34,695°$
$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 25$
Skæringspunkter: (1, 4) og (-2, -5)

3: |BD| = 71,004
∠ABD = 21,89°
∠C = 59,94°
|BC| = 29,332

4: $a = 0,540$ og $b = 0,9466$
Diameter = 64,72 mm
Alder = 1550 år
Diameteren vokser med 45,4 %

5: $f'(x) = 2x - \dfrac{2}{x^2}$
f er voksende: $x \in]0; -1]$
f er aft.: $x \in]-\infty; 0[$ og $x \in [1; \infty[$
Tangent: $y = 3,5x - 2$
Koordinatsæt = (-0.5, -3.75)

6: $V'(x) = 19\pi - \frac{3\pi}{2}x^2$
Når $x = 3,559$ m, så er $V = 141,6$ m^3

7a: k = 64,979
r = 3,15 m
$L_1 - L_2 = 6,02$ dB

7b: f(25) = 6438 bakterier
$t = 35,12$ timer
Når $t \to \infty$ så vil $f(t) \to 9560$
Dvs. der kan højst være 9560 bakt.

2004-8-3

1a:

1b:

1c:

2:

3:

4:

5:

6:

7a:

7b:

2004-8-1V

1a: $x = 6{,}222$

1b: $f'(x) = \dfrac{7}{2\sqrt{7x-4}}$

1c: $v = 41{,}02°$

2: |BD| = 6,536
|BC| = 4,632
$\angle$D = 78,24°

3: C = (-2, 4) radius = 5
Tangentligning: $y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$
Bestem f.eks. dist(l,C)
– og konkludér

4: Tegn!
a = 2,19179 og b = 0,14124
Diameter = 57,09 m
Effektforøgelse = 49,12 %

5: Asymptote: $y = 5$
Tangentligning: $y = -1{,}6x - 0{,}6$
$f'(x) = \dfrac{40x}{(x^2+4)^2}$
f er aftagende, når $x \in\ ]-\infty; 0]$
f er voksende, når $x \in [0; \infty[$
dvs. f har minimumssted i $x = 0$
$Vm\,f = [0; 5[$

6: Spænvidde = 12 m
Højde = 9 m
$a = -0{,}5$

7a: Dagslængde = 12,2 timer
Dagsnumre = {103, 104, ….., 234}
$f'(x) = 0{,}01428 \cdot \cos(0{,}017x - 1{,}30)$
$f'(266) = -0{,}014$
Dagen aftager 1,4 minut/døgn.

7b: Hastighed y =786,4 m/s
Afstand x = 310,6 m
Anslagsenergi $z(100)$ = 989,4 J
$z(x) = 1521 \cdot e^{-0{,}0043x}$

2004-8-3V

1a:

1b:

1c:

2:

3:

4:

5:

6:

7a:

7b:

2005-8-1

1a:

1b:

1c:

2:

3:

4:

5:

6:

7a:

7b:

2005-8-3

1a:

1b:

1c:

2:

3:

4:

5:

6:

7a:

7b: